

PIRÁMIDES: SE REQUIEREN ACCIONES MÁS FUERTES

En los últimos meses la opinión pública ha identificado empresas que captan recursos de manera ilegal, y aseguran pagar elevadas rentabilidades al cabo de unos meses siguiendo un esquema de pirámide. Ya son miles de colombianos defraudados con este tipo de figuras.

Colombia no es el único país en enfrentar estafas por cuenta de las pirámides. Según la literatura internacional, éstas surgieron desde hace más de tres siglos y desde entonces se han replicado en todo el mundo, dejando a millones de personas en la quiebra y ocasionando graves pérdidas económicas, políticas y sociales.

Por eso en la mayoría de países existen leyes que prohíben estos esquemas, y se han diseñado estrategias para informar a la población sobre su verdadero funcionamiento y evitar que sigan creciendo.

Considerando los riesgos que representan estas figuras, es necesario que Colombia adopte medidas específicas para detener las pirámides que hoy están en actividad, pero sobre todo para prevenir su reaparición en el futuro y minimizar los costos sociales que éstas provocan.

La presente edición de Semana Económica describe el funcionamiento de las pirámides y, por medio de un modelo matemático, se muestra que estos esquemas siempre colapsan, perjudicando a la gran mayoría de participantes. Además de ser vehículos de captación ilegal de recursos, la estadística permite comprobar con un 100% de probabilidad que las pirámides están condenadas al fracaso y

siempre terminan en pérdidas para los últimos que participan.

Las modalidades

Las pirámides son mecanismos que prometen altos rendimientos por depositar dinero durante un tiempo determinado y, en algunos casos, vincular a un grupo de personas. A diferencia de una inversión real, el pago de los beneficios depende del dinero que depositen nuevos participantes.

Por su funcionamiento, el número de miembros crece de manera exponencial, el programa adopta una forma de pirámide y los últimos en entrar siempre terminan perdiendo el dinero depositado.

En los últimos años se han registrado múltiples adaptaciones del esquema original. Hoy la mayoría opera a través de la venta de productos, siguiendo un modelo similar al mercadeo multi-nivel. En estos casos, para acceder a la pirámide se debe comprar un producto, generalmente por encima del precio de mercado, y en retorno la persona obtiene el derecho a comercializarlo y a recibir una comisión por vincular a otros participantes.

Otro tipo de fraudes similares son los famosos juegos Ponzi, gracias al esquema que utilizó Carlo Ponzi entre 1919 y 1920 en Boston para estafar a cerca de 40 mil personas por un total de US\$15 millones. Ponzi prometía un retorno de 50% a 90 días y de 100% a 180 días por invertir en una empresa ficticia llamada Securities Exchange Company. Aparentemente los recursos se utilizaban para realizar operaciones de arbitraje con cupones postales. A finales de 1920, Ponzi fue declarado culpable de fraude cuando el Boston Post descubrió que no había reinvertido dinero en la empresa, y que para

cubrir sus obligaciones se necesitaban 160 millones de cupones en circulación, cuando en realidad solo había 27.000.

En los esquemas Ponzi, una persona o empresa recibe dinero del público para invertirlo aparentemente en un negocio lucrativo. Sin embargo, en la realidad el dinero no se destina a una actividad productiva y, al igual que ocurre con las pirámides, el retorno prometido se cubre con los recursos que entreguen nuevos participantes. Al final, el sistema termina colapsando cuando dejan de ingresar personas.

Como funcionan

El pasado 15 de febrero de 2008, El Tiempo dio a conocer un esquema de pirámide en el que, según lo describió uno de los participantes, *“...usted invierte un dinero, en este caso \$1.100.000 y a la vuelta de tres o cinco días le devuelven \$3.400.000. La inversión son \$250.000 de afiliación que se le pagan a la empresa y los \$850.000 restantes deben ser consignados a la cuenta bancaria de otra persona que se afilió antes. Después de que la persona haga eso recibirá tres consignaciones.”*

Tomando como referencia este ejemplo, y haciendo uso del modelo desarrollado en el anexo 1, se procede a mostrar que el esquema pirámide no es sostenible, y necesariamente alguien pierde el dinero depositado. Cuando una persona entra a la pirámide cree que recibirá las sumas prometidas, pero realmente está transfiriendo su dinero a otro sin tener certeza de que un tercero haga lo mismo con él.

Este esquema solo sería sostenible si los recursos fueran infinitos, y si el número de nuevas personas reclutadas fuera suficiente para cubrir el retorno prometido a cada persona que entró anteriormente. En ese caso se garantizaría que en cualquier nivel siempre habría nuevos recursos, y la pirámide continuaría indefinidamente.

Sin embargo, en la realidad los recursos y las personas son limitados. Esto

conlleva a que la pirámide se derrumbe. La intuición es muy sencilla: si todas las personas del mundo hicieran parte de una pirámide ¿de dónde se obtendrían los nuevos recursos para devolver el retorno prometido a los que entraron en el último nivel?

Si todos los colombianos estuviesen dispuestos a entrar en el esquema reseñado por El Tiempo, en el nivel 13 de la pirámide estaría involucrada una población mayor de la que dispone el país. Así mismo, en el nivel 14 los recursos comprometidos superarían el valor del PIB anual, que es del orden de \$347,3 billones.

Cuadro 1 Evolución de la población y recursos comprometidos en una pirámide

Nivel	Población que ha entrado a la pirámide	Retornos y gastos acumulados (millones de \$)
0	1	\$ 0
1	5	\$ 4,4
2	21	\$ 22
3	85	\$ 92
4	341	\$ 374
5	1.365	\$ 1.500
6	5.461	\$ 6.006
7	21.845	\$ 24.028
8	87.381	\$ 96.118
9	349.525	\$ 384.476
10	1.398.101	\$ 1.537.910
11	5.592.405	\$ 6.151.644
12	22.369.621	\$ 24.606.582
13	89.478.485	\$ 98.426.332
14	357.913.941	\$ 393.705.334

Fuente: Cálculos propios.

En el corto plazo se puede asumir que los recursos o la población total de una economía son fijos, lo que hace que entre más alto sea el retorno prometido a sus participantes, más rápido caerá una pirámide. Esto sucede porque es más fácil incorporar 2 personas por cada reclutado para obtener un retorno de 200%, que enganchar a 10 por cada reclutado para un retorno prometido de 1000%.

Asumiendo que no hay costos de transacción, el cuadro 2 muestra que las probabilidades de perder suben cuando el retorno prometido crece. De manera similar, si una persona vuelve a colocar su dinero¹ en la pirámide después de que ya obtuvo algún retorno, la probabilidad de perder aumenta.

Cuadro 2
Probabilidad de perder si la población alcanza sólo hasta el tercer nivel de la pirámide

Rentabilidad o personas nuevas por reclutado	Población total	Probabilidad de perder
2	7	0,57
3	13	0,69
4	21	0,76
5	31	0,81
6	43	0,84
7	57	0,86
8	73	0,88
9	91	0,89
10	111	0,90

Fuente: Cálculos propios.

El cuadro 3 permite ver que la proporción de personas que pierden en un esquema como el que publicó El Tiempo, después de que entren 1.365 personas se mantiene constante en 75% (ver anexo 1 para una demostración de este hecho)².

Es claro que así como la pirámide puede expandirse rápidamente por el rumor de que algunos han recibido altos retornos, también se derrumba con facilidad cuando se conoce la primera pérdida, y se previene a otros de entrar en ella.

¹ En algunos casos los rendimientos no son pagados a la gente, sino que se les informa que ya disponen de sus recursos y los incitan a "reinvertirlos" con la promesa de multiplicar exponencialmente su dinero.

² En realidad tienen 1.322 y 302 millones, respectivamente. U.S. Census Bureau <http://www.census.gov/cgi-bin/ipc/idbrank.pl>

Cuadro 3
Probabilidad de perder según el nivel de la pirámide.

Nivel	Población que ha entrado a la pirámide	Proporción de personas que pierden
0	1	-
1	5	0,80
2	21	0,76
3	85	0,75
4	341	0,75
5	1.365	0,75
6	5.461	0,75
7	21.845	0,75
8	87.381	0,75
9	349.525	0,75
10	1.398.101	0,75

Fuente: Cálculos propios.

Los efectos de las pirámides

En muchos países las pirámides se consideran como estructuras fraudulentas, y existen leyes que las prohíben de forma explícita³.

Pese a los esfuerzos de los gobiernos por detener la creación de estas empresas, a mediados de los noventa se descubrieron grandes estafas financieras en varios países emergentes, especialmente de Europa Central⁴.

Albania fue la nación más afectada, por la proliferación de estructuras ilegales de captación que ofrecían grandes rentabilidades. Según el Fondo Monetario Internacional, muchas personas vendieron sus casas para comprometer sus recursos en estos esquemas⁵. Se estima que el dinero en manos de las pirámides llegó a representar la mitad del PIB de Albania en 1996, y que los dos programas de mayor tamaño captaron ahorro del 57% de la población total. La cesación de pagos de

³ Dentro de las leyes anti pirámides más citadas se encuentran las de Estados Unidos, Canadá, Reino Unido, Francia, Malasia, Noruega, Australia, Nueva Zelanda, Nepal, Sri Lanka, Irán y Lesotho.

⁴ Bhattacharya (2003) *The Optimal Design of Ponzi Schemes in Finite Economies*. Journal of Financial Intermediation.

⁵ Jarvis, C. (2000) *The Rise and Fall of the pyramid schemes in Albania*. IMF Staff Papers. Vol 47 No. 1

una de las grandes pirámides en 1997 terminó en una violenta guerra civil con un saldo de 2.000 muertos, y una profunda recesión económica.

Por qué la gente sigue cayendo

Pese a que la literatura y la historia son claras en señalar que estos esquemas siempre terminan derrumbándose⁶, en la práctica existen personas que siguen comprometiendo sus recursos en pirámides.

Según algunos estudios, esto se explica en gran parte, por la forma como mutan los sistemas de promoción de estos esquemas. En la mayoría de los casos son los familiares, amigos y vecinos quienes presionan la vinculación de las personas, creyendo que son programas confiables y seguros.

También es común que se organicen grandes eventos y emotivas campañas comerciales, en las que la pirámide aparece como un negocio lícito y lucrativo. Algunas utilizan testimonios engañosos de personas que se enriquecen gracias al programa, y que terminan por captar la atención de nuevos participantes. Este fue el caso de MMM, un supuesto fondo de inversiones ruso que en 1994 estafó a millones de personas, promocionando su esquema a través de Leonya Golubukov, un ficticio trabajador del Metro de Moscú de escasos recursos, que supuestamente luego de invertir en MMM superó la pobreza y compró una casa de verano en Francia⁷.

Por lo general, los participantes no conocen o no entienden el funcionamiento

de las pirámides. La poca información que se otorga al público suele ser confusa e imprecisa. De hecho, en algunos casos los organizadores aseguran tener una licencia del gobierno que autoriza su operación, y justifican que la rentabilidad del negocio se debe a una fórmula mágica o a un socio en el exterior. A veces también recurren a argumentos éticos, religiosos y filantrópicos para justificar la creación del programa e incentivar la participación.

Adicionalmente, en los últimos años las pirámides han tenido una fuerte difusión a través de internet, lo que ha facilitado su crecimiento. En 1996 la Federal Trade Commission de Estados Unidos emprendió la campaña Fortuna Perdida en contra de esquemas fraudulentos promovidos en la web. Hasta 2007, la Comisión ha logrado detener 17 pirámides y ha recuperado cerca de US\$90 millones⁸.

Por lo anterior, conviene seguir prácticas como las de Lesotho, en donde el Banco Central ha alertado a la población sobre el surgimiento de estos programas, brindando información sencilla y práctica para detectar estos esquemas⁹. Así mismo, en Estados Unidos e Inglaterra, las autoridades de protección al consumidor han dispuesto páginas en internet con información actualizada sobre nuevos esquemas, y consejos prácticos para evitar caer en estas estructuras.

Efectos jurídicos de las pirámides

En Colombia la actividad financiera y en general toda aquella relacionada con el manejo, aprovechamiento e inversión de los recursos captados del público, sólo puede ser ejercida por entidades debidamente autorizadas por el Estado. Además, éstas deben contar con el seguro de depósitos y cumplir con las normas técnicas y de

⁶ Belianin A., Issoupova O. (2001) *Financial pyramids in transitional economies: a game-theoretic approach*. Working Paper Series. Education and Research Consortium.

⁷ MMM operó con la fachada de fondo de inversiones, ofreciendo un rendimiento anual de 3.000%. Esta pirámide alcanzó a tener 136 oficinas en 50 ciudades del país, y entre febrero y julio de 1994 el precio de la acción pasó de US\$1 a US\$5. Al comienzo, MMM vendió un número importante de acciones y utilizó parte de las ganancias para comprarlas nuevamente a un precio superior al original. Algunas personas alcanzaron a vender sus acciones y recuperaron su dinero, sin embargo la mayoría conservó las acciones y perdieron su dinero cuando la pirámide colapsó.

⁸ La campaña se llamó Operation Missed Fortune y buscaba acabar con *get-rich-quick self employment schemes*. Para un recuento de estos casos ver www.keylaw.com.

⁹ (2007) *A public warning with regard to the emerging pyramid schemes in Lesotho*. Dr. Moeketsi Senaoana, Governor of the Central Bank of Lesotho.

regulación prudencial previstas para asegurar una adecuada administración del riesgo¹⁰.

En este orden de ideas y como consecuencia de la crisis financiera de los ochenta¹¹, la captación de dineros del público en forma masiva y habitual sin autorización se elevó a la categoría de delito¹² que debe ser investigado por la Fiscalía como autoridad en la materia penal. Por su parte las autoridades de supervisión pueden imponer medidas de carácter administrativo¹³, como la de ordenar la suspensión inmediata de tales actividades bajo apremio de multas sucesivas, la disolución de la persona jurídica y la liquidación rápida y progresiva de las operaciones realizadas. Estas facultades fueron utilizadas por la Superintendencia Financiera en un caso de captación a través de tarjetas prepago¹⁴.

Ahora bien, para que la conducta penal de la captación ilegal se tipifique, se requiere que se presenten tres elementos¹⁵:

1) Uno subjetivo relacionado con que el dinero debe provenir de terceros, sean personas naturales o jurídicas, es decir, del público; 2) Uno objetivo que se refiere al origen contractual, esto es, que los dineros se reciban a título de mutuo o a cualquier otro en que no se prevea como contraprestación el suministro de bienes o servicios, y 3) Un elemento cuantitativo o modal que se refiere a que la conducta efectivamente represente peligrosidad, ya sea por el monto de las operaciones, o por la forma de acceso al ahorro, es decir cómo se promociona la actividad y qué impacto tiene esa estrategia frente al público.

Como se observa, estos elementos se encuentran presentes en el fenómeno que se analiza. Es cierto que, en ocasiones, se busca ocultar la captación a través de diferentes figuras, como las pirámides y la venta de tarjetas prepago. Sin embargo como lo señaló la propia Superintendencia Financiera en la resolución 1806 de 2007, en la que confirmó la orden de suspensión

¹⁰ Según lo dispuesto en el artículo 189 y 335 de la Constitución.

¹¹ Decreto 2920 de 1982

¹² Artículo 316 del Código Penal: "Quien capte dineros del público, en forma masiva y habitual sin contar con la previa autorización de la autoridad competente incurrirá en prisión de dos (2) a seis (6) años y multa hasta de cincuenta mil (50.000) salarios mínimos legales mensuales vigentes".

¹³ Artículo 108 del Estatuto Orgánico del Sistema Financiero.

¹⁴ Superintendencia Financiera Resoluciones 1634 y 1806 de 2007

¹⁵ Decretos 3227 de 1982 adicionado por el 1981 de 1988. Este último en particular señala: Para los efectos del decreto 2920 de 1982, se entiende que una persona natural o jurídica capta dineros del público en forma masiva y habitual en uno cualquiera de los siguientes casos: "1. Cuando su pasivo para con el público está compuesto por obligaciones con más de veinte (20) personas o por más de cincuenta obligaciones, en cualquiera de los dos casos contraídas directamente o a través de interpuesta persona. Por pasivo para con el público se entiende el monto de las obligaciones contraídas por haber recibido dinero a título de mutuo o a cualquiera otro en que no se prevea como contraprestación el suministro de bienes o servicios. 2. Cuando conjunta o separadamente haya celebrado en un periodo de tres (3) meses consecutivos más de veinte (20) contratos de mandato con el objeto de administrar dineros de

sus mandantes bajo la modalidad de libre administración o para invertirlos en títulos o valores a juicio del mandatario, o haya vendido títulos de crédito o de inversión con la obligación para el comprador de transferirle la propiedad de títulos de la misma especie, a la vista o en un plazo convenido y contra reembolso de un precio. Para determinar el periodo de los tres (3) meses a que se refiere el inciso anterior, podrá tenerse como fecha inicial la que corresponda a cualquiera de los contratos de mandato o de las operaciones de venta.

Parágrafo 1º En cualquiera de los casos señalados, debe concurrir además una de las siguientes condiciones: "a) Que el valor total de los dineros recibidos por el conjunto de las operaciones indicadas sobrepase el 50% del patrimonio líquido de aquella persona, o "b) Que las operaciones respectivas hayan sido el resultado de haber realizado ofertas públicas o privadas a personas innominadas, o de haber utilizado cualquier otro sistema con efectos idénticos o similares. **Parágrafo 2º** No quedaran comprendidos dentro de los cómputos a que se refiere el presente artículo, las operaciones realizadas con el cónyuge o los parientes hasta el 4º grado de consanguinidad, 2º de afinidad y único civil, o con los socios o asociados que teniendo previamente esta calidad en la respectiva sociedad o asociación durante un periodo de seis meses consecutivos, posean individualmente una participación en el capital de la misma sociedad o asociación superior al cinco por ciento (5%).

inmediata de actividades de recepción de dineros del público mediante el mecanismo de ventas de tarjetas prepago, “... si se celebra cualquier contrato –típico o atípico, nominado o innominado- en el que la prestación a cargo de quien recibe el dinero incluye la restitución del mismo, total o parcialmente, se incurre en la prohibición”. En el caso aludido se probó que existía la obligación de devolver hasta el 95% de las sumas recibidas.

Por otra parte, en las pirámides además del delito de captación masiva, cabría el de estafa pues las maniobras para sostener la figura podrían ser calificadas como engañosas en la medida en que, como se ha demostrado, el resultado final es siempre el mismo: pérdidas para la mayoría de los participantes.

Además de las conductas penales mencionadas, preocupa que estas operaciones se estén utilizando para lavar activos, pues se podrían estar involucrando a incautos que, con el deseo de obtener un dinero fácil, estarían participando en un delito que tiene previstas penas de prisión de ocho a veintidós años y multas de seiscientos cincuenta a cincuenta mil salarios mínimos legales vigentes.

Ante este panorama y teniendo en cuenta el problema social que de tal fenómeno se deriva y que como lo ha señalado el Fondo Monetario Internacional puede alcanzar niveles catastróficos¹⁶, es crucial que las autoridades cuenten con herramientas más efectivas y eficientes dado que las conductas hoy consagradas pueden ser complejas en su investigación y prueba. Por ello se debe crear un tipo penal autónomo que calificando los elementos de este tipo de esquemas financieros permita a las autoridades actuar con mayor oportunidad teniendo en cuenta que el bien tutelado y en riesgo es el mismo orden económico. Hay casos a seguir de países

que han tipificado como delito que los retornos dependan del aumento en el número de participantes¹⁷.

Comentarios finales

A través del análisis de modelos matemáticos se concluye que las pirámides colapsan haciendo que la mayoría de los participantes pierdan su dinero. Como lo señala la literatura y lo corrobora la experiencia de muchos países, las pirámides ocasionan grandes pérdidas económicas, aumentan la desigualdad, afectan las relaciones sociales y disminuyen la confianza entre las personas.

En la mayoría de países estas estructuras se consideran ilegales, y se han adelantando medidas para detener su proliferación. Los gobiernos han reforzado los marcos normativos, y han difundido programas de educación financiera para aumentar la protección del consumidor y evitar que se repitan crisis como la de Albania.

En Colombia han tomado fuerza algunas empresas que promueven la captación de recursos y prometen grandes rentabilidades, utilizando esquemas de pirámide. Si bien las autoridades han venido actuando, sería conveniente que su acción fuese más ágil.

Por ello se debe expedir una legislación que explícitamente tipifique como práctica fraudulenta, todos los esquemas que basen los retornos en la entrada de

¹⁶ Así, por ejemplo, sobre el caso de los problemas generados por las pirámides en Albania puede verse “Auge y caída de las pirámides de Albania” Christopher Jarvis documentos de trabajo WP/99/98 Washington Fondo Monetario Internacional.

¹⁷ En Sri Lanka a finales de 2004 las autoridades descubrieron un esquema piramidal llamado *GoldQuest*, que captó cerca de US\$15 millones desde Honk Kong en menos de dos años. Considerando los riesgos que suponen este tipo de estructuras para la economía, desde 2005 se prohibió que una persona o empresa inicie, ofrezca, promocióne, publicite, financie o administre un esquema en donde los retornos dependan de un aumento en el número de participantes, o de un incremento en la contribución que éstos deben hacer. Banco Central de Sri Lanka (2006). *Danger posed by pyramid schemes & Network marketing programs*. Pamphlet Series No. 4.

nuevos participantes, independientemente de la modalidad comercial que se utilice.

En la medida en que haya una acción oportuna de las autoridades y la justicia, con penas fuertes, ello servirá como disuasivo frente a potenciales defraudadores.

El público debe también ser más cauto y no dejarse ilusionar de ganancias rápidas que son sospechosas.

De acuerdo con la última información disponible de más de 20 mil empresas, el retorno promedio del patrimonio de las empresas en Colombia no supera el 7%.

Por ello rentabilidades del 100% en pocos meses no son realistas en ningún sector de la economía en forma permanente.

Si por un dólar a alguien le ofrecen \$3000 cuando todos sabemos que su precio está en niveles de \$1900 a \$2000, esa persona debería sospechar y no dejarse llevar por la ilusión del dinero fácil. “De eso tan bueno no dan tanto” reza el adagio popular.

Anexo 1. Funcionamiento formal de una pirámide y condiciones de sostenibilidad.

El propósito de este anexo es realizar una aproximación formal al esquema de pirámides, que permita mostrar que tienen un límite en el cual se derrumban y la probabilidad de que una persona pierda su dinero.

1. Sostenibilidad con Recursos o Población Infinita

Para simplificar el análisis suponemos que cada persona dispone de \$1 para colocar en la pirámide, no hay recolocación (la persona que entró a la pirámide no vuelve a hacerlo), no tiene costos de funcionamiento (el intermediario no cobra nada) y todas las personas que van a entrar creen estar en la cima de la pirámide.

En una pirámide se promete que el dinero colocado se va a multiplicar r veces, con $r > 1$, de lo contrario no habrán incentivos para invertir. Para que ésta se sostenga, en el nivel v deben entrar s nuevas personas por cada reclutado en el anterior nivel ($n_v = sn_{v-1}$, siendo n_v las nuevas personas que entran en el nivel v), con $s \geq r$ o de lo contrario no alcanzarán los recursos que se trasladan de las personas del último nivel a las del penúltimo, al retorno prometido (r). Como se ve en el Cuadro A1, si en el nivel cero empiezan n_0 personas, al siguiente nivel deben entrar $n_1 = sn_0$. Al mismo tiempo, en el nivel 1 se entregan los retornos rn_0 a las personas que entraron antes. De esta manera, el saldo en la pirámide en el nivel 1 será $sn_0 - rn_0 = (s - r)n_0$, lo cual implica que $s \geq r$ para que no sea negativo. Se puede iterar este razonamiento para cualquier nivel de la pirámide, y sí hay infinitas personas (recursos), la pirámide se sostendrá siempre que $s \geq r$.

Cuadro A1. Flujo de Caja de la Pirámide

Nivel	Reclutados	Retornos entregados	Saldo en la pirámide
0	n_0	0	n_0
1	$n_1 = sn_0$	rn_0	$sn_0 - rn_0 = (s - r)n_0$
2	$n_2 = s^2 n_0$	$rn_1 = rs n_0$	$s^2 n_0 - rs n_0 = (s - r)sn_0$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
v	$n_v = s^v n_0$	$rn_{v-1} = rs^{v-1} n_0$	$s^v n_0 - rs^{v-1} n_0 = (s - r)s^{v-1} n_0$

2. Sostenibilidad con Recursos o Población Finita

Con los mismos supuestos de la sección anterior, pero con recursos (población) finitos, es necesario que los recursos que no se han utilizado en la economía alcancen para cubrir los retornos de quienes entraron en el último nivel de la pirámide. El cuadro A2 ilustra la evolución de los recursos que se utilizan por nivel y los recursos utilizados acumulados hasta el respectivo nivel.

Cuadro A2 Evolución de los retornos de cada nivel y del retorno acumulado en cada nivel

Nivel	Retornos entregados	Retornos acumulados entregados
0	0	0
1	rn_0	rn_0
2	$rn_1 = rs n_0$	$rn_0 + rn_1$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
v	$rn_{v-1} = rs n_{v-2} = \dots = rs^{v-1} n_0$	$rn_0 + rn_1 + \dots + rn_{v-1}$

Como se ve en Cuadro A2 hasta el nivel v , se han entregado recursos por¹⁸:

$$rn_0 + rn_1 + \dots + rn_{v-1} = rn_0(1 + s + \dots + s^{v-1}) = rn_0 \left(\frac{s^v - 1}{s - 1} \right) \quad (1)$$

Este nivel de recursos no debe ser superior al número de habitantes que tiene la economía (ya que cada habitante sólo tiene \$1). De esta manera, la condición de sostenibilidad es:

$$N \geq rn_0 \left(\frac{s^v - 1}{s - 1} \right) \quad (2) \quad \text{Donde } N \text{ es la población (recursos) total.}$$

Varias conclusiones se desprenden de esta ecuación: Dado un nivel v , cuando aumenta el retorno (r), o se incrementa el número de personas que iniciaron en la pirámide (n_0) o se eleva el número de personas nuevas a incorporar por reclutado (s), el nivel tiende a no ser sostenible, es decir más rápido se cae la pirámide. En el caso del retorno, esto significa que entre más alto sea el retorno de la pirámide, hay una mayor posibilidad de que el nivel al que entra la persona ya no sea sostenible. De otro lado, entre más personas tenga la economía el nivel tenderá a ser sostenible.

El nivel exacto después del cual la pirámide pasará a ser insostenible (suponiendo que podemos volver los niveles una variable continua), está dado por la siguiente ecuación:

$$v = \frac{\log \left(\frac{(s-1)N}{rn_0} + 1 \right)}{\log(s)} \quad (3)$$

¹⁸ El truco para obtener esta ecuación se usará varias veces y por ello se explica:

$$T = s^0 + s^1 + \dots + s^{t-1}$$

$$-Ts = s^1 + s^2 + \dots + s^t$$

$$T(1-s) = s^0 - s^t$$

$$T = \frac{s^0 - s^t}{s^0 - s} = \frac{s^t - 1}{s - 1}$$

3. La Probabilidad de que una Persona Esté en la Base de la Pirámide

Una aproximación simple pero rápida de la probabilidad de perder el dinero colocado en una pirámide es el cociente de las personas que están en la base de la pirámide sobre el total de personas de la pirámide:

$$P(\text{perder}) = \frac{n_0 s^v}{n_0 \left(\frac{s^{v+1} - 1}{s - 1} \right)} = \frac{(s - 1)s^v}{s^{v+1} - 1}$$

Para saber qué pasa con la probabilidad de perder cuando los retornos, y por tanto s ($s \geq r$), son más grandes tomamos la derivada con respecto a s , de esta forma se encuentra que la probabilidad de perder es una función creciente de los retornos que da la pirámide. Esto significa que entre mas alto sea el retorno de una inversión hay mayor probabilidad de perder el dinero colocado.

$$\frac{\partial P(\text{perder})}{\partial(s)} = \frac{s^v(v + s^v) - s^v(1 + v)}{(s^{v+1} - 1)^2} > 0$$

Podemos analizar la dependencia de la probabilidad de perder respecto al nivel de la pirámide de la siguiente manera¹⁹:

$$P(\text{perder}) = \frac{(s - 1)s^v}{s^{v+1} - 1} \approx \frac{(s - 1)s^v}{s^{v+1}} = \frac{(s - 1)}{s} \frac{s^v}{s^v} = \frac{(s - 1)}{s}$$

Esto significa que sin importar el nivel de la pirámide (v), dado un s , la probabilidad de perder es siempre aproximadamente igual. Así que las personas se engañan si creen que entre mayor sea el tamaño de una población que puede entrar a la pirámide más posibilidades tienen de ganar. Si se ejecuta la misma pirámide en Estados Unidos o en China o en un grupo de 1000 personas la probabilidad de perder es casi la misma.

4. Sostenibilidad con Recursos o la Población Finita y Recolocación

Si entrar a una pirámide significa una alta rentabilidad podría pensarse que es una excelente idea recolocar recursos en ella. Como se verá esto no es así.

El Cuadro A3 muestra que las personas que entraron en el nivel 0 deciden volver a recolocar una tasa m de los retornos que acabó de recibir, es decir, en el nivel 1 ellas reinvierten una porción mrn_0 . Por otra parte, en el nivel 1 de la pirámide entran n_1 nuevas personas, de manera que el total de recursos depositados en el nivel 1 son $n_1 + mrn_0$. Este razonamiento se itera para todas las personas y para todos los niveles (nótese que las personas que entraron en el nivel cero reinvierten de ahí en adelante y así lo harán las demás).

¹⁹ Dado que s^{v+1} es una función exponencial restarle 1 cuando v es mayor a tres no genera grandes distorsiones

Cuadro A3. Entrada y salida de recursos de la pirámide cuando hay reinversión.

Nivel	Nuevos Reclutados	Retornos entregados	Nuevos reclutados y Reinversión
0	n_0	0	0
1	n_1	rn_0	$n_1 + mrn_0$
2	n_2	$rn_1 + r^2 mn_0$	$n_2 + rmn_1 + r^2 m^2 n_0$
3	n_3	$rn_2 + r^2 mn_1 + r^3 m^2 n_0$	$n_3 + rmn_2 + r^2 m^2 n_1 + r^3 m^3 n_0$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
v	n_v	$r \sum_{j=0}^{v-1} (mr)^j n_{p-j}$	$r \sum_{j=0}^v (mr)^j n_{v-j}$

En este caso la condición de sostenibilidad es que los retornos acumulados entregados hasta el momento v no superen el tamaño de la población (porque partimos del supuesto de que cada habitante tenía \$1), esto es:

$$N \geq r \left(\sum_{j=0}^{v-1} (mr)^j n_{p-j} + \sum_{j=0}^{v-2} (mr)^j n_{p-j} + \dots + \sum_{j=0}^{1=p} (mr)^j n_{p-j} + \sum_{j=0}^{0=p} (mr)^j n_{p-j} \right)$$

Tomando en cuenta el supuesto de que $n_v = sn_{v-1}$, la anterior desigualdad se puede transformar en:

$$N \geq r \left(\sum_{j=0}^{v-1} (mr)^j s^{p-j} n_0 + \sum_{j=0}^{v-2} (mr)^j s^{p-j} n_0 + \dots + \sum_{j=0}^{1=p} (mr)^j s^{p-j} n_0 + \sum_{j=0}^{0=p} (mr)^j s^{p-j} n_0 \right)$$

Y finalmente se puede llegar a la siguiente expresión

$$N \geq rn_0 \left[s^{v-1} \left(\frac{\left(\frac{rm}{s} \right)^{v-1} - 1}{\left(\frac{rm}{s} \right) - 1} \right) + s^{v-1} \left(\frac{\left(\frac{rm}{s} \right)^{v-1} - 1}{\left(\frac{rm}{s} \right) - 1} \right) + \dots + s^1 \left(\frac{\left(\frac{rm}{s} \right)^1 - 1}{\left(\frac{rm}{s} \right) - 1} \right) + s^0 \left(\frac{\left(\frac{rm}{s} \right)^0 - 1}{\left(\frac{rm}{s} \right) - 1} \right) \right] \quad (4)$$

Si se observa bien esta última expresión es igual a la ecuación (1) cuando $m = 0$, lo cual es coherente pues en el caso en el que no hay recolocación es un caso particular del que permite reinversión.

Para entender mejor que sucede con la reinversión observemos el término que multiplica a s^{v-j} ($j = 1, 2, \dots, v$):

$$\frac{\left(\frac{rm}{s} \right)^{v-j} - 1}{\left(\frac{rm}{s} \right) - 1} \geq 1 \quad (j = 1, 2, \dots, v)$$

La razón de esta desigualdad es que $m \in [0,1)^{20}$ y $s \geq r$ luego $\frac{rm}{s} \in [0,1)$. De esta manera

se puede asegurar $\left(\frac{rm}{s}\right)^{v-j} \leq \frac{rm}{s}$ y finalmente que $\left[\left(\frac{rm}{s}\right)^{v-j} - 1\right] \geq \left[\left(\frac{rm}{s}\right) - 1\right]$.

Como ya se ha dicho, cuando $m = 0$ la expresión (4) es igual a la expresión (1), pero si m es diferente de cero y de uno, significa que cada uno de los elementos s^{v-j} ($j = 1, 2, \dots, v$) de (4) están siendo multiplicados por un número mayor o igual que 1, esto significa que dados el nivel v y los demás parámetros, éste tenderá a ser no sostenible con reinversión. Esto quiere decir que, **a un mismo nivel**, en caso en el que se reinvierte, los recursos acumulados repartidos hasta ese nivel serán mucho más elevados que en el caso en el que no se recolocan. Esto implica que es mayor la probabilidad de que un mismo nivel no sea sostenible con recolocación que sin esta, debido a que la reinversión acelera el agotamiento de los recursos que **no han entrado** a la pirámide y ella depende de la entrada de esos recursos.

Por otra parte, nótese que el número de personas nuevas (s) que deben entrar en el nivel v , por cada persona que entró en el nivel $v-1$, debe **ser mucho mayor** a la que se tiene en el caso en el que no se reinvierte (de lo contrario no le podrá pagar a los que reinvierten), lo que puede significar que la probabilidad de perder es mucho mas alta en este caso, teniendo en cuenta los resultados de la probabilidad de perder.

²⁰ No es un intervalo cerrado a la derecha porque genera una indeterminación. Económicamente si es posible reinvertir el 100%, pero es dudoso que todas las personas reinviertan todo.